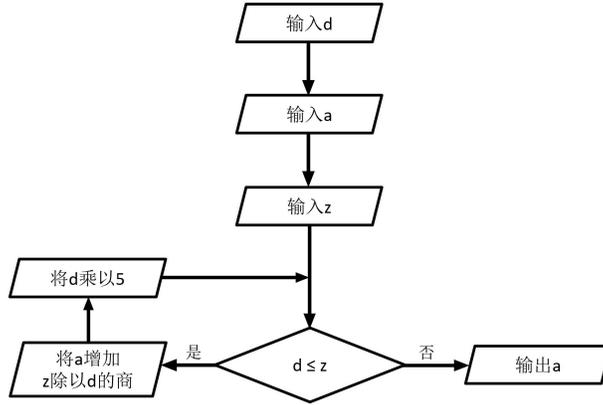


## 2024 年“思维 100”STEM 应用能力科教活动（春季）

### 四年级参考内容

1. 根据以下流程图，当输入数值  $d=5$ ， $a=0$ ， $z=2023$  时，输出的结果是\_\_\_\_\_。



【答案】503

2. 你最近正在练习书法，学习中国古人的写字顺序，也就是从右往左写字。每一列你恰好写 7 个字，从最右侧开始算作第 1 列。你准备挑战书法练习中著名的《千字文》，此文恰好有 1000 个汉字。第 1000 个字会出现在第\_\_\_\_\_列第\_\_\_\_\_行。

第5列	第4列	第3列	第2列	第1列
.....	.....	.....	第8字	第1字
.....	.....	.....	第9字	第2字
.....	.....	.....	第10字	第3字
.....	.....	.....	第11字	第4字
.....	.....	.....	.....	第5字
.....	.....	.....	.....	第6字
.....	.....	.....	.....	第7字

【答案】143，6

3. 在民间有个关于“黑色星期五”的传说，规定每月的 13 号如果恰好是星期五，则定义该天为“黑色星期五”。今年是 2023 年，1 月 1 日是星期日，那么今年共有\_\_\_\_\_个黑色星期五。
4. 作为一个室内装潢设计师，你在为自己家里设计地面花纹的可能性。你家有一个小房间，该房间的地面长 4 米，宽 2 米，要铺设地砖。你恰好有 4 块相同的白色地砖，每块长 1 米，宽 2 米。图中是一种可行的铺设方案。那么，一共有\_\_\_\_\_种不同的铺设方案。



【答案】5

5. 你作为大楼设计师，正在设计每层每户的门牌号码。大楼共有9层，每层有28间房间。例如，第一层的门牌为：101、102、103、……、128。类似的，第二层的门牌为201~228，……，第九层的门牌为901~928。每个数码需要单独打印制作，例如：101需要制作两个数码1和一个数码0。制作整幢大楼的门牌，共需要\_\_\_\_\_个数码2。

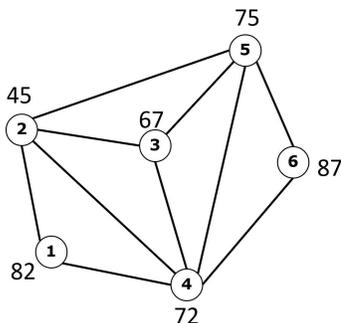
【答案】136

6. 将若干个1、2、3填入5×5的方格表内，每个小方格内填入一个数，任意两个相邻的小方格内的数不同（有公共边的称为相邻），则中心填入的数为\_\_\_\_\_。

1	2	3	1	2
2				3
1		?		2
3				1
2	3	1	2	3

【答案】3

7. 学校篮球队需要挑选3个人组成三人篮球队。如图，每个节点（标有1~6的圆圈）代表1个人，每条连边代表两个人互相配合默契。每个节点旁标注有该人的篮球技术得分（得分为两位数）。现在要从这6人中选出3人组队，要求这3人中两两之间必须配合默契。对于每种选出的队伍方案，3人中得分最高的会被选为队长，队长的得分就代表这个队伍的得分。所有可能的队伍的得分总和是\_\_\_\_\_。

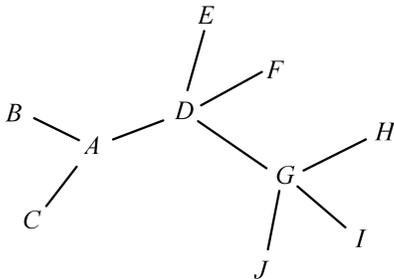


【答案】466

8. 滴水湖是位于临港的一个环形湖泊。现在要设计湖周边的景观灯光。已知在湖边均匀分布  $n$  盏灯，编号  $1 \sim n$ ，每盏灯可以采用 3 种不同样式之一的灯。要求相邻的两盏灯的样式不能相同。如果  $n=2$ ，一共有 6 种不同的方案。如果  $n=3$ ，也有 6 种不同的方案。如果  $n=4$ ，一共有\_\_\_\_\_种不同的方案。

【答案】18

9. 如下图所示， $A、B、C、D、E、F、G、H、I、J$  是  $1、2、3、\dots、10$  的一个排列，要求满足  $A < B、A < C、A < D < E、A < D < F、A < D < G < H、A < D < G < I、A < D < G < J$ ，不同的写法有\_\_\_\_\_种。



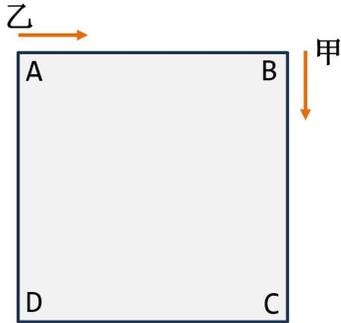
【答案】12960

10. 在藏宝图的格子里藏有一些金币。A 同学站在第 1 行第 1 列（左上角），目的地在第 6 行第 6 列（右下角），每当 A 同学路过某个格子，就可以取走该格子中的所有金币。但是，A 同学每一步只可以向下走一格，或向右走一格。已知 6 行 6 列的地图如下，格子里若是数字则表示此格中的金币数量；若是 # 符号则表示此格是陷阱，A 同学通过此格时需要扣除 1 个金币，金币数可以减成负数。一开始 A 同学的金币数为 0，当他站到出发地时（第 1 行第 1 列），获得了这个格子里的 1 枚金币。等到他到达目的地后，他最多可以拥有\_\_\_\_\_枚金币。

1	#	3	4	#	1
#	#	7	#	7	8
6	1	3	5	7	6
#	#	#	#	#	#
8	5	2	#	6	5
#	9	2	2	3	5

【答案】40

11. 有一条正方形赛车赛道  $ABCD$ ，周长为 4000 米。两辆无人驾驶赛车正在做练习测试。甲赛车从  $B$  出发，乙赛车从  $A$  出发，同时出发顺时针匀速行驶。甲每秒钟行驶 100 米，乙每秒钟行驶 88 米。至少经过\_\_\_\_\_秒钟后，两辆车在同一条边上行驶。（注：若出现两者恰好都在顶角上的情况，不符合要求。）



【答案】170

12.  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$  这 6 人都有微信账号，他们之间有些人加了好友。若这 6 个人的好友数相同（好友数都大于 0 个），并且每个人的好友都只在这 6 人中产生，不同的好友组合有\_\_\_\_\_种。

【答案】171

13. 博弈游戏是人工智能领域中的热门话题。现在需要你分析一种游戏：共有两堆棋子，两名玩家交替操作取棋子。游戏规定，每次操作有两种不同的取法：

- (1) 可以在任意的一堆中取走任意多的棋子；
- (2) 可以在两堆中同时取走相同数量的棋子。

最后把棋子全部取完者为胜者。现在给出初始的两堆棋子的数目：6 颗棋子和 2 颗棋子。

计算机已经判断出，你作为先手有必胜策略。此时，你第一步的取棋子策略是\_\_\_\_\_。

- A. 在有 6 个棋子的这堆取棋子
- B. 在有 2 个棋子的这堆取棋子
- C. 在两堆中同时取走相同数量的棋子

D. 以上都不对

这一次操作，你从两堆里一共会取走\_\_\_\_\_颗棋子。

【答案】A, 5

14. 冬冬有一串数字，他想知道哪一部分（子数组）的总和最大。例如：数组[-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4]中，最大的子数组是[4,-1,2,1]，其总和为6。如果使用暴力枚举的办法，则该数组共有\_\_\_\_\_个子数组，再比较这些子数组的和，才能得出最后的答案。

【答案】45

15. 冬冬希望能有一个策略，化简求解最大子数组和的过程。他注意到，在数组[-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4]中，如果子数组是从第一个元素-2和第二个元素1之中开始的，那么想要子数组最大，应该从\_\_\_\_\_（填“-2”或“1”）开始。当一个子数组的当前连续和为负数时，应当立刻放弃，从下一个元素重新计算“连续和”，因为负数加上下一个元素“连续和”，只会越来越小。根据这个思路，请你填写下表。选取表中连续和最大的子数组，就得到了答案。

子数组	当前连续和	操作（填“放弃”或“继续”）
[-2]	-2	放弃
[1]	1	继续
[1, -3]	-2	放弃
[4]	4	继续
		结束

【答案】1。表格见下。

子数组	当前连续和	操作 (填放弃/继续)
[-2]	-2	放弃
[1]	1	继续
[1, -3]	-2	放弃
[4]	4	继续
[4, -1]	3	继续
[4, -1, 2]	5	继续
[4, -1, 2, 1]	6	继续
[4, -1, 2, 1, -5]	1	继续
[4, -1, 2, 1, -5, 4]	5	结束

16. 冬冬学会了求最大子数组和，又遇到了新的问题：如何求最大子数组积呢？对于数组 [2,3,-3,-6,6,1,7,5,-8,4]，其最大子数组和为\_\_\_\_\_。最大子数组积对应的子数组为\_\_\_\_\_。

【答案】19； [-6, 6, 1, 7, 5, -8, 4]。

17. 分治法是一种解决问题的算法设计策略。现在有一叠无序的纸牌，每张纸牌上有一个数字，如下所示。

8	3	1	7	6	5	2	4
---	---	---	---	---	---	---	---

你的任务是使用分治法将这叠纸牌按从小到大的顺序进行升序排序。具体方法如下：

(一) 为了将纸牌排序，首先将这叠纸牌分成两堆。分别是：左边的堆 [8, 3, 1, 7] 和右边的堆 [6, 5, 2, 4]。

(二) 接下来，分别对左右两堆纸牌进行排序。我们首先处理左边的堆 [8, 3, 1, 7]。

(1) 针对左边的堆，我们再次将其分为两堆。这次分成的左边堆的纸牌是\_\_\_\_\_，右边堆的纸牌是\_\_\_\_\_。

(2) 依次类推不断划分，我们将得到堆 [8] 和堆 [3]，以及堆 [1] 和堆 [7]。我们分别

将堆[8]和堆[3]合并在一起，得到排序后的左边堆\_\_\_\_\_；然后将堆[1]和堆[7]合并在一起，得到排序后的右边堆\_\_\_\_\_。

(3) 最后，我们将步骤(2)得到的左边堆和右边堆合并，就得到了[8, 3, 1, 7]排序后的结果：\_\_\_\_\_。

(三) 与之类似，我们再来处理右边的堆[6, 5, 2, 4]。

(1) 针对右边的堆，我们再次将其分为两堆。这次分成的左边堆的纸牌是\_\_\_\_\_，右边堆的纸牌是\_\_\_\_\_。

(2) 依次类推不断划分，我们将得到堆[6]和堆[5]，以及堆[2]和堆[4]。我们分别将堆[6]和堆[5]合并在一起，得到排序后的左边堆\_\_\_\_\_；然后将堆[2]和堆[4]合并在一起，得到排序后的右边堆\_\_\_\_\_。

(3) 最后，我们将步骤(2)得到的左边堆和右边堆合并，就得到了[6, 5, 2, 4]排序后的结果：\_\_\_\_\_。

(四) 最后，我们将排序后的两个堆合并起来，得到最终排序后的序列：\_\_\_\_\_。

(五) 由此可知，分治法的思想就是：我们每次将每堆纸牌分成更小的堆，直到每个小堆只有一张纸牌。然后将它们逐步合并，确保合并后的堆仍然是有序的。这个过程就是分治法的核心，通过不断地分解与合并，最终得到整叠纸牌的有序序列。

**【答案】**

[8,3], [1,7]

[3,8], [1,7]

[1,3,7,8]

[6,5], [2,4]

[5,6], [2,4]

[2,4,5,6]

[1,2,3,4,5,6,7,8]

18. 我们在上题中了解了分治法的思想，即把大任务分解成小任务，在每个小任务中独立地求解其答案，然后将小任务的答案“回溯”式地合并起来，即可得到大任务的答

案。再举一个例子，比如你正在玩一个猜数字的游戏，你需要猜测一个介于 1 和 100 之间的整数。每次猜测后，系统会告诉你，你的猜测是大了还是小了。你想尽快猜中这个数字，应该怎么猜？一定是先猜测 50，如果大了就从 0~50 里猜，如果小了就从 50~100 里猜，依次类推。这种思想也是二分法的思想，二分法是分治法的一类问题。

小明现在有一个问题需要解决：找到一个  $x(x \geq 0)$  的最大值，且使得  $x^2 \leq 100$ 。小明决定用二分法来解决这个问题，他将搜索范围从 0 到 100 分成若干个区间，并逐步缩小范围。每次他都会选择一个中间值，然后根据结果调整搜索范围。如果中间值不为整数，则向下取整，如 2.5 取 2，记为  $[2.5]=2$ （注意  $[n]$  这个运算，它表示不超过  $n$  的最大整数，接下来的题目中也可能会用到）。那么，最多计算\_\_\_\_\_次  $x^2$ ，小明就能找到最大的  $x^2$ ，并确定正确答案。

- A. 4      B. 5      C. 6      D. 7

【答案】C

19. 我们再来继续巩固分治算法。阶乘是一种常见的数学运算，表示将一个正整数及其之前的所有正整数相乘，例如 5 的阶乘为  $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ 。计算阶乘的过程可以用递归方法完成，但是这种方法会产生“指数式爆炸”的现象，对于计算机来说，这种方法计算阶乘的代价较大。因此，对于大整数  $n(n \geq 1)$  的阶乘，我们可以使用分治法来提高效率。

(1) 如果  $n$  等于 1，则  $n!$  的值为\_\_\_\_\_。

(2) 否则，将  $n$  分为两个部分：

(a) 左部分：1 到\_\_\_\_\_（此处填写关于  $n$  的表达式）；

(b) 右部分：\_\_\_\_\_（此处填写关于  $n$  的表达式）到  $n$ 。

(3) 接下来，我们对左部分和右部分分别重复相同的过程。对于每个部分，我们将它再次划分为两个更小的部分，然后继续这个过程。这个过程不断重复，直到不能再继续划分为止。这些小的子问题是计算阶乘的基本单元。

(4) 一旦达到最小的子问题，我们就开始计算它们的阶乘。这些子问题的阶乘值被计算出来，然后逐步进行合并。

(5) 这种思想也叫做“自底向上”的思想，通过分治法和这个思想，我们避免了重复计算和深度递归，提高了计算效率。这种思想将问题分解成小的、可处理的部分，然

后逐步合并这些部分的解决方案，最终得到了整数的阶乘  $n!$ 。

**【答案】** 1,  $\lfloor n/2 \rfloor$ ,  $\lfloor n/2 \rfloor + 1$

20. 下面哪个描述最准确地表达了分治法的特点? \_\_\_\_\_

- A. 将问题分解为子问题，然后随机选择一个子问题解决。
- B. 将问题分解为子问题，递归地解决子问题，最后将它们的解答相加。
- C. 将问题分解为子问题，递归地解决子问题，最后将它们的解答合并。
- D. 将问题分解为子问题，然后按顺序解决它们。

**【答案】** C