

2022年“思维100”STEM应用能力活动（秋季）

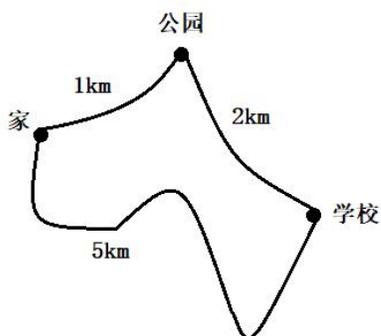
五年级参考内容

1. 小明转学到一所新学校，他想知道从他家到学校最短的路程是多少，应该怎么计算呢？

下表为各地点之间的距离。

家	公园	1km
家	学校	5km
公园	学校	2km

通过上表我们得到下图。



图中从家到学校有两条路径。路径1：从家直接去学校的路程为5千米；路径2：从家里到公园的路程为1千米，再从公园到学校的路程为2千米，总共3千米。比较路径1和路径2，得知小明从家到学校的最短路径为3千米。

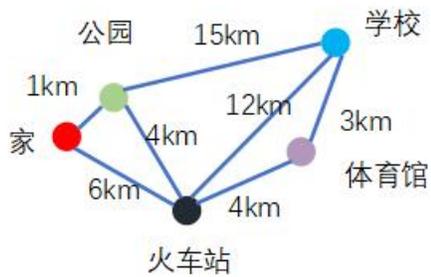
由于父母工作原因，小明又搬家了，这次他家离学校的距离变远了，去学校的路线也变多了。那么应该怎么计算从他家到学校的最短路程呢？

各地点之间的距离如下表所示。

家	公园	1km
家	火车站	6km
公园	火车站	4km
火车站	学校	12km
公园	学校	15km
火车站	体育馆	4km
体育馆	学校	3km

(1) 请你根据上表画出一个简易地图。

【答案】



(2) 从家出发，我们可以直接到达的地点有公园和火车站，距离分别是 1km 和 6km。此时不能直接到达的地点有学校和体育馆，我们认为该距离为无穷大，记为 ∞ 。

请完善初始化的最短路径表：

地点	公园	火车站	体育馆	学校
距离 (km)	1			∞

【答案】

地点	公园	火车站	体育馆	学校
距离 (km)	1	6	∞	∞

(3) 找到表中距离最短的地点。我们找到了公园，家到公园的距离为 1。此时我们认为家到公园的最短路径就是 1。

(4) 我们再从公园出发，找到从公园能直接到达的地点，有火车站和学校，距离分别为 4km 和 15km。

(5) 从公园可以直接到达火车站，火车站在上一步表中的距离是数字 6。那么我们比较以下两个距离的大小：①上一步表中火车站的距离；②从家出发到达公园的最短距离加上从公园出发到达火车站的距离。比较得到，较小的为_____（填①或②），距离为_____。

【答案】②，5km

(6) 若①的距离较小，我们不用更改表中火车站的距离；若②中的距离较小，那么把火车站的距离更改为该距离。

(7) 从公园可以直接到达学校，学校在上一步表中的距离是无穷（ ∞ ），那么我们把学校的距离改为家到公园的最短距离加上公园到学校的距离。

(8) 除以上更新的距离，其他距离均不变。请填写更新后的表格。

地点	公园	火车站	体育馆	学校
距离 (km)	1			

【答案】

地点	公园	火车站	体育馆	学校
距离 (km)	1	5	∞	16

(9) 按照这一方法可以依次计算家到其他各地点的最短路程。请你将最终的最短路径表填写完整。

地点	公园	火车站	体育馆	学校
距离	1			

(km)				
------	--	--	--	--

【答案】

地点	公园	火车站	体育馆	学校
距离 (km)	1	5	9	12

2. 下表为一个玩具每天的价格（单位：元），你希望通过买卖玩具来赚取零花钱。假设只能选择某一天买下这个玩具，并在之后的某一天卖出这个玩具，那么在只能进行一次买卖的情况下，最多可以赚取多少零花钱？

第一天	第二天	第三天	第四天	第五天
6	2	7	3	9

在这个情景中，只需要找到差值最大的两个数。栈是一种只能在一端进行插入和删除操作的特殊线性表，于是我们可以尝试使用栈的方式来解决这个问题。

算法思路：设初始最大收益为 0 元，我们将 6、2、7、3、9 这五个数依次插入到栈中。每次插入数字时，都会碰到以下三种情况中的一种。

情况一：栈中没有元素，我们将其直接插入栈中。

情况二：栈中有元素，并且要插入的元素比栈顶元素（位于栈最上面的元素）大，将其插入栈中，使其变为新的栈顶元素。

情况三：栈中有元素，并且要插入的元素比栈顶元素小，计算栈顶元素和栈底元素（位于栈最下面的元素）的差值，若大于最大收益就更新最大收益，否则不做变化。然后将栈顶元素删除，再重复上述操作直至栈空或者要插入的元素比栈顶元素大，我们就将其插入栈中。

所有元素均插入栈后，我们还需最后计算一下栈顶元素和栈底元素的差值，比较该值与当前最大收益的大小，若大于最大收益就更新最大收益。

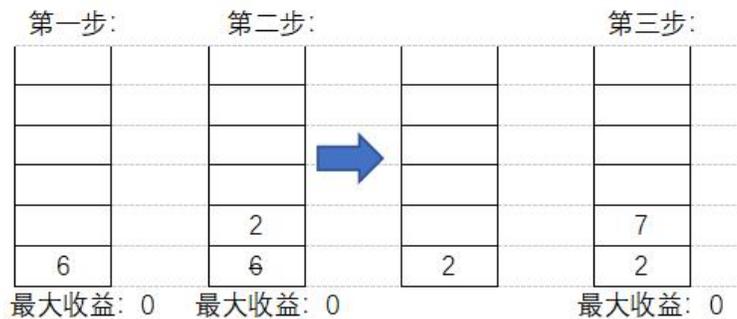
现在，我们就按照以上思路来尝试解题。

第一步：我们要插入元素 6，由于栈为空（属于情况一），我们将 6 直接插入栈中。

第二步：我们要插入元素 2，由于栈不为空，我们比较 2 与 6 的大小，发现要插入的元素小于栈顶元素（属于情况三），此时栈顶元素为 6，栈底元素为 6，收益为 0（即以 6 元钱买入，又以 6 元钱卖出，收入为 0）。此次买卖的收益不大于最大收益，所以不用更新最大收益值。然后将 6 删除，让 2 继续与栈顶元素比较。但此时栈为空，所以插入元素 2。

第三步：我们要插入元素 7，由于栈不为空，我们比较 2 与 7 的大小，发现要插入的元素大于栈顶元素（属于情况二），直接插入 7 到栈顶，使得 7 变为新的栈顶元素。

前三步操作示意图如下。



模仿以上操作，判断各步分别属于哪一种情况，并且当前的最大收益是多少。

注意：只有在删除栈顶元素或所有元素都插入栈之后才会更新最大收益。

第四步：我们要插入元素 3，属于情况_____，当前最大收益是_____元。

第五步：我们要插入元素 9，属于情况_____，当前最大收益是_____元。

第六步：所有元素均已插入栈中，计算栈顶元素和栈底元素的差值，此时差值为_____，比当前最大收益_____（填“大”或“小”），若比最大收益大则需更新最大收益。最终的最大收益为_____元。

【答案】三，5，二，5，7，大，7

3. 在上一题的情况下，假设买卖的天数变多了（玩具每天的价格如下所示），并且不限买卖的次数（例如可以第一天买入，第二天卖出，第四天再买入，第五天再卖出……），但由于只有一个玩具，所以如果已经买入玩具了，则必须要先把它卖掉才可以再次买入。这时的最大收益是_____元。

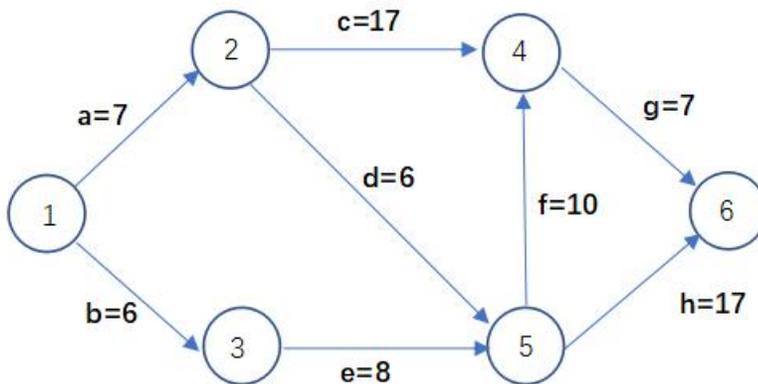
第一天	第二天	第三天	第四天	第五天	第六天
-----	-----	-----	-----	-----	-----

6	2	7	3	9	4
第七天	第八天	第九天	第十天	第十一天	第十二天
9	6	4	1	10	5
第十三天	第十四天	第十五天	第十六条	第十七天	第十八天
6	8	3	4	6	10

【答案】35

4. 完成一项活动都需要消耗一定的时间，下面有一个包含 6 个事件 8 个活动的工程，其中标号 1~6 的圆圈表示 6 个事件，箭头表示活动，箭头上的值表示完成该活动所需的时间（单位：小时）。工程完成过程中有如下两个要求：

- ①只有某个圈（事件）发生后，从该圈出发的箭头（活动）才能开始。
- ②只有在指向某个圈的所有箭头（活动）都已经结束时，该圈（事件）才能发生。



按箭头指向依次完成部分或全部事件的有序排列称为路径，例如到达事件 5 有两条路径，分别为 1→2→5，1→3→5。具有最大路径长度的路径称为关键路径，关键路径上的活动称为关键活动。

(1) 从事件 1 开始动工后，至少需要经过_____小时，事件 5 可以动工？

【答案】14

5. 从事件 1 到事件 6 的路径有哪些？请分别写在下方横线上（如横线不够，可自行补充），并分别写出各条路径所用时长为多少。

路径 1: _____，用时_____小时。

路径 2: _____, 用时_____小时。

路径 3: _____, 用时_____小时。

路径 4: _____, 用时_____小时。

路径 5: _____, 用时_____小时。

【答案】1→2→4→6, 31

1→2→5→4→6, 30

1→2→5→6, 30

1→3→5→4→6, 31

1→3→5→6, 31

6. 下列活动中, 加快其进度就可以缩短工程工期的是_____。

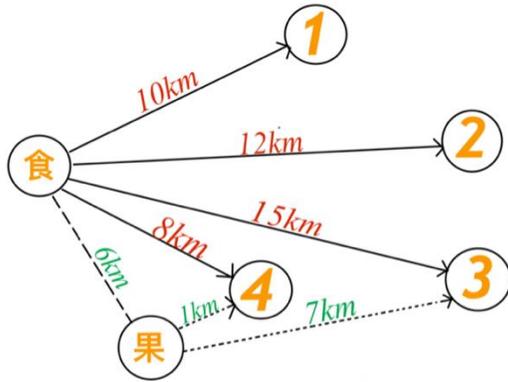
A. c 和 e B. c 和 d C. b 和 h D. f 和 g

【答案】A

7. 你和同学报名参加了一个名为“BigBoss”的类似大富翁的实践游戏, 选手作为各家创业公司的管理者为公司运营进行规划。你的小队被分配到一家快餐配送公司, 要为4家公司配送工作午餐。每天, 配送车从食堂出发, 将午餐送往4家公司。如果每份午餐又配有水果的话(食堂出发后, 需先到果园装水果, 再配送至公司), 会获得好评加持, 每份餐品的收入能增加20%。以下是你们为4家公司配送午餐的数量、收费标准以及配送成本。请你根据配送路线图, 分别计算出单独配送给公司3和公司4的运营成本和能获得的利润。

收费标准				成本			
公司	需要餐品数量 (单位: 份)	餐费 (元/份)	果盒 (元/份)	油费 (元/km)	人工费 (元/次)	餐费 (元/份)	果盒 (元/份)
1	2000	50	10	100	100	20	6
2	1000	60	12	100	120	20	6

3	3000	40	8	100	80	20	6
4	2000	50	10	100	100	20	6

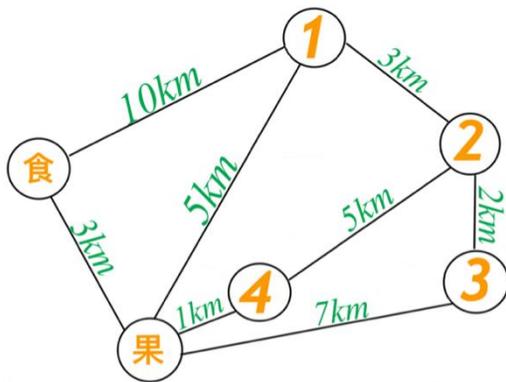


配送给公司 3，不配水果（从食堂直接至公司 3）的成本是_____元，获得利润_____元；配水果（食堂→果园→公司 3）的成本是_____元，获得利润_____元。

配送给公司 4，不配水果（从食堂直接至公司 4）的成本是_____元，获得利润_____元；配水果（食堂→果园→公司 4）的成本是_____元，获得利润_____元。

【答案】 61580, 58420, 79380, 64620, 40900, 59100, 52800, 67200

8. 由于城市里修通了快速路，运输路径发生了变化（如下图），且每个公司都要求配送果盒。现在有 3 辆相同的配送车 A、B、C，每辆车可以存放 3000 份配有果盒的餐品，请你列出由 3 辆配送车为 4 家公司配送午餐的所有方案及总利润。注意：3 辆车配送 4 家公司，意味着有至少一辆车要配送两家公司。



说明：请在每一行的方案中列明每辆车负责配送公司的序号，例如在方案一的 A 车处填“1”表示 A 车单独配送公司 1，填“1 和 2”表示 A 车同时配送公司 1 和 2；总利润处填写该方案下，3 辆车配送 4 家公司所获得的利润总和。若表格行数不够，可自行添加。因 3 辆车完全相同，故“A 车配 1 和 2、B 车配 3、C 车配 4”，与“A 车配 3、B 车配 4、C 车配 1 和 2”视为同一种方案。

	A 车	B 车	C 车	总利润 (元)
方案一				
方案二				

【答案】

	A 车	B 车	C 车	总利润 (元)
方案一	1 和 2	3	4	245100
方案二	4 和 2	1	3	244900

9. 观看 2022 北京冬奥会的开幕仪式后，小冰做了一个奇怪的梦。在梦里，她和她的朋友们来到了一个冰雪世界：

第一次：小冰一个人在冰桥的起点，有一张通行卡，冰桥的起点终点两扇门必须刷通行卡才能开。要求小冰以最快的速度通过冰桥，小冰以 1 分钟的最快速度通过冰桥。

第二次：小冰和墩墩两个人在冰桥的起点，只有一张通行卡，小冰和墩墩一起过桥，由于墩墩说自己最快需要两分钟才能通过冰桥，要比小冰用时长，所以最后最快通过时间是两分钟。

第三次：有小冰、墩墩、小雪三个人在桥的起点，只有一张通行卡。三人尝试一起过桥，警报响起，尝试多次，发现最多只能两个人同时过桥。这意味着需要有人将通行卡送回起点，再一起出发到终点。

已知小冰最快通过时间是 1 分钟，墩墩最快通过时间是 2 分钟，小雪最快通过时间是 4 分钟。

总结出过桥的规则，将下表补充完整；根据规则设计使得第三次三人过桥时间最短的方案，计算最短时间。

过桥规则	
1	过桥需要通行卡
2 (人数)	
3 (时间)	
4 (通行卡)	

【答案】

过桥规则	
1	过桥需要通行卡，且只有一张通行卡
2 (人数)	每次最多两个人同时过桥
3 (时间)	两个人同时过桥，过桥时间等于两人中过桥时间较大的时间
4 (通行卡)	过桥后需一个人将通行卡送回起点，直至最后两个人过桥

最短时间为 7 分钟

10. 第四次：有小冰、墩墩，小雪、融融四个人一起在桥的起点准备过桥，只有一张通行卡，过桥规则与第三次相同。已知：小冰、墩墩、小雪、融融四人最快过桥时间分别为：1、2、4、10 分钟。根据前一题的过桥规则，设计第四次四人过桥时间最短的过桥方案，完成列表，并计算最短时间。

过桥方案		
步骤	详细内容	花费时间
step1	小冰和墩墩一起过桥	2 分钟
step2		
step3		
step4		

过桥方案		
step5		

【答案】表格略，最短时间 17 分钟。

11. 第五次：除了小冰、墩墩，小雪、融融四个人，又加入了小冬。现在一共 5 个人一起在桥的起点准备过桥，只有一张通行卡，过桥规则与第三次相同。小冰发现了规律，每一次全员最快顺利通过后，就会增加一人继续过桥。小冰和伙伴们希望通过第三次和第四次的通过经验，总结出了计算最快通过时间的公式。

用字母 i 来表示数字，用 $a[i]$ 表示第 i 个人。用 $T[i]$ 表示第 i 个人的最快过桥时间，且 $T[i-1] < T[i]$ ； $SmT[i]$ 表示 i 个人最快的通过时间。每次的安排方案又是怎么样？计算最快通过时间的公式可以如何表示？

【答案】略