

## 2022年“思维100”STEM应用能力活动（秋季）

### 三年级参考内容

1. 如图1，假设你正在爬楼梯，需要爬5阶才能到达楼顶，每次你只能爬1个台阶（跨一小步）或者2个台阶（跨一大步），那么你有几种不同的方法可以爬到楼顶呢？

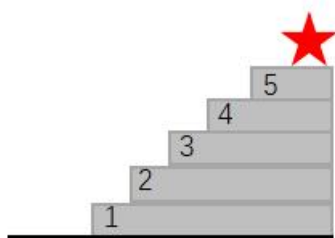


图1

我们先考虑台阶数较少的情况。假设你只需要爬3阶就可以达到楼顶，那么爬到第3阶的方法数，我们可以通过枚举得出。方法1：一共爬3次，每次只爬1阶；方法2：一共爬2次，第1次爬1阶，第二次爬2阶；方法3：一共爬2次，第1次爬2阶，第二次爬1阶。所以一共有3种方法。

但是当台阶数变多了，枚举的方法就不太好用了。那么我们来找找其中的规律吧。爬第1阶有1种方法，爬第2阶有2种方法，爬第3阶有3种方法。

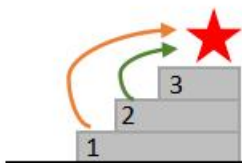


图2

如图2所示，我们可以看到，其实到达第3阶之前的一次爬楼，有两种情况：从第2阶爬1个台阶到达第3阶；从第1阶爬2个台阶到达第3阶。

于是，爬到第3阶的方法数=爬到第2阶的方法数+爬到第1阶的方法数。

假设  $f(n)$  表示爬到第  $n$  阶的方法数。具体计算方法就是： $f(3) = f(2) + f(1)$ ， $f(2) = 2$ ， $f(1) = 1$ ，所以  $f(3) = 3$ 。

现在，请你尝试用这种方法来计算爬到第5阶有几种方法：

$$f(5) = f(\underline{\quad}) + f(\underline{\quad}), \quad f(\underline{\quad}) = f(\underline{\quad}) + f(\underline{\quad}),$$
$$f(\underline{\quad}) = f(\underline{\quad}) + f(\underline{\quad}), \quad \text{最后得到 } f(5) = \underline{\quad}。$$

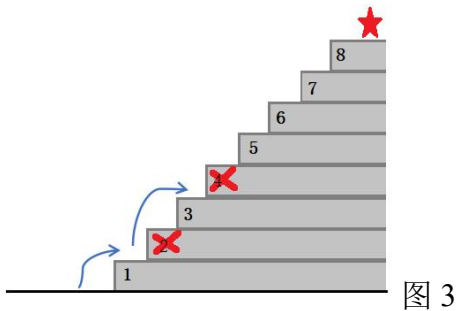
【答案】 $f(5) = f(4) + f(3)$

$f(4) = f(3) + f(2)$

$f(3) = f(2) + f(1)$

8

2. 第二天，你又想来爬楼梯尝试上述规律了，这次你需要爬 8 阶才能到达楼顶。可是不幸的是，有两阶台阶坏了，你不能到达第 2 阶和第 4 阶台阶（如图 3）。也就是说，要到达第 3 阶台阶，只能先爬一个台阶，再爬两个台阶，所以到达第 3 阶的方法只有 1 种了。那么，这一次，你到达楼顶有\_\_\_\_\_种方法。



【答案】3

3. 在计算机领域，常用的查找数据的算法有两种。

顺序查找：从序列中的第一个数开始，与要查找的数进行逐个比对。若序列中的某个数与要查找的数相等，则查找成功；反之，若直到序列中最后一个数都和查找的数不相等，则查找失败。

二分查找：二分查找的前提是序列是有序的(升序或者降序)。在二分查找的过程中，先将序列中间位置的数与要查找的数进行比对，若两者相等，则查找成功。否则，利用中间位置的数将序列分成前后两个子序列，如果中间位置的数大于要查找的数（假定此时的序列是升序的），则进一步查找前一序列；如果中间位置的数小于要查找的数，则进一步查找后一序列。重复上述过程(比对子序列中间位置的数，相等则查找成功，不相等就继续拆分序列)，直到找到要查找的数，则查找成功；或直到子序列不存在，此时查找失败。

一个有序数列中有 5 个数：1、2、3、4、5，若需要查找的数是 4，使用顺序查找需要查找\_\_\_\_\_次，每次查找的数分别是\_\_\_\_\_（请依次写出每次查找的数，下同）；使用二分查找需要查找\_\_\_\_\_次，每次查找的数分别是\_\_\_\_\_。

【答案】4, 1、2、3、4, 2, 3、4

4. 猜数字游戏的规则如下：我从0~99中选择一个数字，请你猜选的是哪个数字。如果你猜错了，我会告诉你，你猜测的数字比我选的数字大还是小。然后，你根据我的提示继续猜，直到猜中为止。假设我选的数字是25，请你利用二分法完成下表。注：中间数除不尽时取整，如 $(0+99) \div 2 = 49 \cdots 1$ ，取整为49。

次数	猜测范围	中间数	比对大小
1	0~99	49	49>25
2	0~48	24	24<25
3			
4			
5			
6			

【答案】

次数	猜测范围	中间数	比对大小
1	0-99	49	49>25
2	0-48	24	24<25
3	25-48	36	36>25
4	25-35	30	30>25
5	25-29	27	27>25
6	25-26	25	25=25

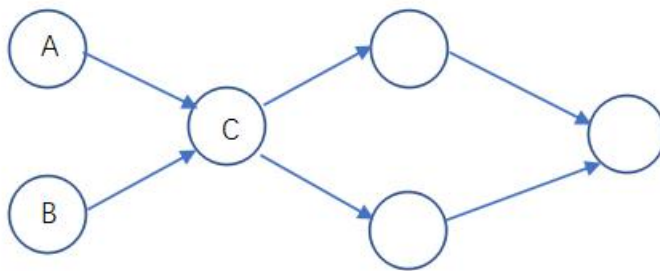
5. 小明同学想要学习英语，老师告诉他学习英语的顺序：需要先学字母和音标，再学习单词，学完单词后可以学词组和语法，词组和语法学完后可以学习英语短句。

小明同学按照老师说的给各个学习目标设置了对应的编号。

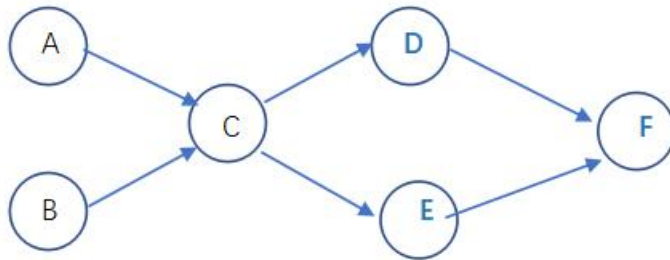
目标	编号
字母	A

音标	B
单词	C
词组	D
语法	E
句子	F

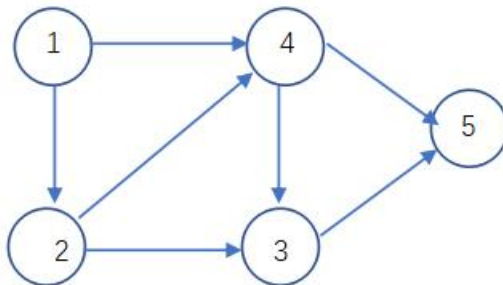
现在，他想用编号画出学习顺序图，你能帮他完善顺序图吗？



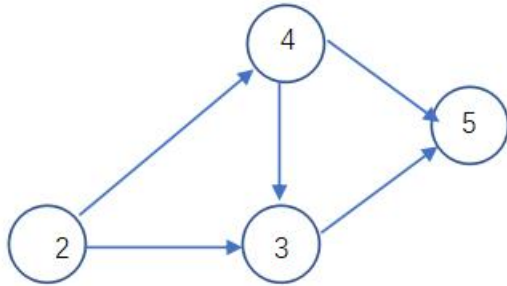
【答案】



6. 新学期开学，小张同学来到学校，完成报道流程需要做 5 件事，这 5 件事的顺序图如下所示。你能帮他计算出完成事件的先后顺序吗？



提示：该图中，由于没有箭头指向事件 1，所以事件 1 可以直接完成。当事件 1 完成后，可以删除事件 1 和从事件 1 出发的两个箭头（如下图所示）。此时事件 3、事件 4、事件 5 都有箭头指向他们，而事件 2 没有箭头指向它，所以事件 1 完成后可以完成事件 2。



请根据以上方法写出每一步应完成的事件，并画出相应的完成图，并在最后给出 5 个事件执行的顺序。

完成事件 2 之后的事件图：

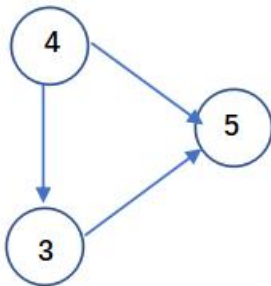
完成事件\_\_\_\_\_之后的事件图：

完成事件\_\_\_\_\_之后的事件图：

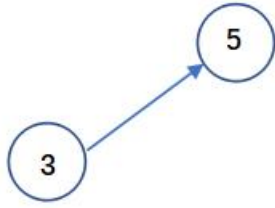
最后完成事件\_\_\_\_\_，5 个事件的执行顺序为\_\_\_\_\_（请按执行顺序依次写出 5 个事件的序号）。

**【答案】**

完成事件 2 之后的事件图：



完成事件\_4\_之后的事件图：



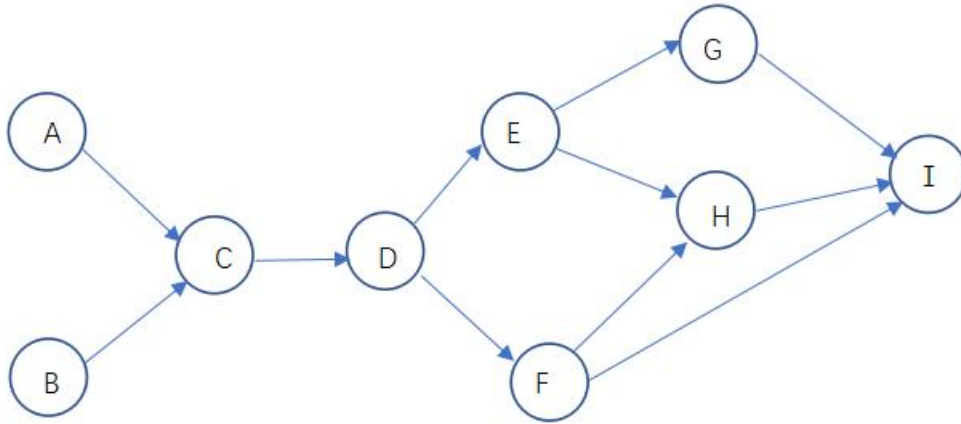
完成事件 3 之后的事件图：



最后完成事件 5。

所以 5 个事件的执行顺序为 1 2 4 3 5。

7. 小王在周末需要完成 9 件工作，分别为 A、B、C、D、E、F、G、H、I。这 9 件工作完成的顺序如下所示。



正确的完成以上工作的顺序可以是：A→B→C→D→E→F→G→H→I。又由于图中 A、B 都没有箭头指向它们，所以一开始既可以先完成工作 A，也可以先完成工作 B，即 B→A→C→D→E→F→G→H→I 的顺序也是对的。

现在，请你再写出 2 个符合要求的完成 9 项工作的顺序：

① \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_

② \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_

【答案】 以下任意写出 2 个即可

A→B→C→D→E→F→H→G→I

B→A→C→D→E→F→H→G→I

A→B→C→D→F→E→G→H→I

B→A→C→D→F→E→G→H→I

A→B→C→D→F→E→H→G→I

B→A→C→D→F→E→H→G→I

A→B→C→D→E→G→F→H→I

B→A→C→D→E→G→F→H→I

8. 有一艘宇宙飞船，要足够的能量石才能完成太空探索工作，因此宇航员罗伯特需要收集一定数量的能量石来启动飞船。现在，罗伯特总共需要 5 颗能量石，他可以分几次来收集。每一次，他可以收集 1 颗，也可以收集 2 颗。因此，他可以按照 (1,1,1,1) 的顺序收集（即收集 5 次，每次收集 1 颗），也可以按照 (1,2,2) 的顺序收集（收集 3 次，第一次收集 1 颗，后两次分别收集 2 颗）。那么，他一共有几种不同的收集顺序？请你按照下面给出的两个示例的格式，用枚举法将剩余的所有收集顺序列举出来：(1, 1, 1, 1, 1)、(1, 2, 2)。

【答案】(1,1,1,2)，(1,1,2,1)，(1,2,1,1)，(2,1,1,1)，(2,1,2)，(2,2,1)

9. 我们也可以用斐波那契数列来求解上一题。斐波那契数列指的是这样一个数列：0,1,1,2,3,5,8,13,21,34,……从第三个数字开始，每个数字都等于前两个数字之和。我们用  $f(n)$  表示收集  $n$  颗能量石的不同顺序数量，并且有  $f(0)=1$ 。于是， $f(1)=1$ ， $f(2)=2=f(0)+f(1)$ ， $f(3)=3=f(1)+f(2)$ ，符合斐波那契数列的规律。于是，我们可以进一步计算  $f(4)=f(\underline{\quad})+f(\underline{\quad})=\underline{\quad}$ ， $f(5)=f(\underline{\quad})+f(\underline{\quad})=\underline{\quad}$ 。

【答案】 $f(4)=f(2)+f(3)=5$ ， $f(5)=f(3)+f(4)=8$

10. 如果罗伯特每次可以收集 1 颗、2 颗或 3 颗能量石，那么他要收集 4 颗能量石，有几种收集顺序？注意，现在每次最多能收集 3 颗能量石了，所以也要对斐波那契数列进行一些变化：每个数字等于前三个数字之和！所以  $f(0)=1$ ， $f(1)=1$ ， $f(2)=2$ ， $f(3)=f(\underline{\quad})+f(\underline{\quad})+f(\underline{\quad})=\underline{\quad}$ ， $f(4)=f(\underline{\quad})+f(\underline{\quad})+f(\underline{\quad})=\underline{\quad}$ 。

【答案】 $f(3)=f(0)+f(1)+f(2)=4$ ， $f(4)=f(1)+f(2)+f(3)=7$

11. 观看 2022 北京冬奥会的开幕仪式后，小冰做了一个奇怪的梦。在梦里，她和她的朋友们来到了一个冰雪世界：

第一次：小冰一个人在冰桥的起点，有一张通行卡，冰桥的起点终点两扇门必须刷通行卡才能开。要求小冰以最快的速度通过冰桥，小冰以 1 分钟的最快速度通过冰桥。

第二次：小冰和墩墩两个人在冰桥的起点，只有一张通行卡，小冰和墩墩一起过桥，由于墩墩说自己最快需要两分钟才能通过冰桥，要比小冰用时长，所以最后最快通过时间是两分钟。

第三次：有小冰、墩墩、小雪三个人在桥的起点，只有一张通行卡。三人尝试一起过桥，警报响起，尝试多次，发现最多只能两个人同时过桥。这意味着需要有人将通行卡送回起点，再一起出发到终点。

已知小冰最快通过时间是 1 分钟，墩墩最快通过时间是 2 分钟，小雪最快通过时间是 4 分钟。

总结出过桥的规则，将下表补充完整；根据规则设计使得第三次三人过桥时间最短的方案，计算最短时间。

过桥规则	
1	过桥需要通行卡
2（人数）	
3（时间）	
4（通行卡）	

【答案】

过桥规则	
1	过桥需要通行卡，且只有一张通行卡
2（人数）	每次最多两个人同时过桥
3（时间）	两个人同时过桥，过桥时间等于两人中过桥时间较大的时间
4（通行卡）	过桥后需一个人将通行卡送回起点，直至最后两个



过桥规则	
	人过桥

最短时间为 7 分钟

12. 第四次：有小冰、墩墩，小雪、融融四个人一起在桥的起点准备过桥，只有一张通行卡，过桥规则与第三次相同。已知：小冰、墩墩、小雪、融融四人最快过桥时间分别为：1、2、4、10 分钟。根据前一题的过桥规则，设计第四次四人过桥时间最短的过桥方案，完成列表，并计算最短时间。

过桥方案		
步骤	详细内容	花费时间
step1	小冰和墩墩一起过桥	2 分钟
step2		
step3		
step4		
step5		

【答案】表格略，最短时间 17 分钟。

13. 第五次：除了小冰、墩墩，小雪、融融四个人，又加入了小冬。现在一共 5 个人一起在桥的起点准备过桥，只有一张通行卡，过桥规则与第三次相同。小冰发现了规律，每一次全员最快顺利通过后，就会增加一人继续过桥。小冰和伙伴们希望通过第三次和第四次的通过经验，总结出了计算最快通过时间的公式。

用字母  $i$  来表示数字，用  $a[i]$  表示第  $i$  个人。用  $T[i]$  表示第  $i$  个人的最快过桥时间，且  $T[i-1] < T[i]$ ； $SmT[i]$  表示  $i$  个人最快的通过时间。每次的安排方案又是怎么样？计算最快通过时间的公式可以如何表示？

【答案】略