

**2021年“思维100”STEM数学应用能力训练活动（春季）**  
**七年级 决赛**

学校\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 活动券编号\_\_\_\_\_

题型	一	二	总分
得分			

一、填空题（本大题共9小题，每题10分，共90分）

1. 计算： $\frac{x}{x+1} - \frac{x+3}{x+1} \cdot \frac{x^2-x-1}{x^3+2x^2-4x-3} =$ \_\_\_\_\_。

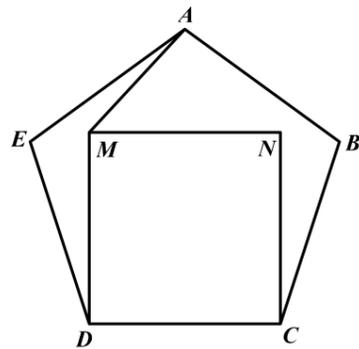
2. 分解因式： $x^3 + 3x^2 + 3x - y^3 - 6y^2 - 12y - 7 =$ \_\_\_\_\_。

3. 我们用  $a$ 、 $b$  分别表示方程  $(x^2 + 6x + 8)(x^2 - 16x + 55) = 0$  的最大实数解和最小实数解，则  $a - b =$ \_\_\_\_\_。

4. 若  $x$ 、 $y$  都是正数， $b > 1$ ，且满足  $\begin{cases} b^2 = x \\ b^5 = y \\ b^3 = \frac{12x + y}{13} \end{cases}$ ，则  $x + y =$ \_\_\_\_\_。

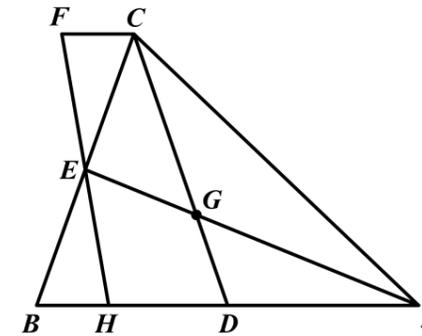
5.  $n$  为正整数，且能找到三个不同的素数  $p$ 、 $q$ 、 $r$ ，满足  $2^n \mid p^2(q^2 + r^2)$ 。则  $n$  的最大值为\_\_\_\_\_。

6. 如图， $ABCDE$  是正五边形， $MNCD$  是正方形，则  $\angle AMN - \angle EAM =$ \_\_\_\_\_。



7.  $n$  为整数， $|n^8 - 4n^5 - n^4 + 2n^2 - 1|$  为素数，则  $n =$ \_\_\_\_\_。

8. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $CD$ 、 $AE$  是两条中线， $CD$  交  $AE$  于点  $G$ 。过点  $C$  作  $FC \parallel AB$ ，连接  $FE$  并延长交  $AB$  于点  $H$ 。若  $S_{FCGE} = 7$ ， $S_{EGDH} = 11$ ，则  $S_{\triangle ABC} =$ \_\_\_\_\_。



9. 若正整数  $N$  是 1、2、3、...、30 的最小公倍数， $N$  的所有正因数中，能被 1、2、3、...、30 中恰好 28 个数整除的有\_\_\_\_\_个。

二、解答题（本大题共3小题，每题20分，共60分，请写出解题过程）

10. 若实数  $x$ 、 $y$  满足  $\begin{cases} xy = x + y + 5 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ ，求：所有符合要求的有序数对  $(x, y)$ 。

（请继续完成反面内容）

11. 若  $x$ 、 $y$  都是大于 1 的正整数， $x^2 + xy - y$  是一个完全平方数，求证： $x + y + 1$  为合数。

12. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $BD$  为角平分线，过点  $A$  作  $AF \perp AB$  交  $BC$  于点  $F$ ， $AF$  交  $BD$  于点  $E$ 。若  $\angle ADB = \angle AFB$ ， $AC = BE$ ，求证： $FA + FB = 2AB$ 。

