

2020 年“思维 100”STEM 数学应用能力训练活动（秋季）
七年级（数学应用能力部分）

学校_____ 姓名_____ 活动券编号_____

题型	一	二	总分
得分			

一、填空题（本大题共 9 小题，每题 10 分，共 90 分）

1. 分解因式： $a^3 - (b-1)a^2 - (2b^2 + b)a - 2b^2 =$ _____。
2. 计算： $\frac{(2019+2020) \times (2020+2021) \times (2021+2019) + 2019 \times 2020 \times 2021}{2019 \times 2020 + 2020 \times 2021 + 2021 \times 2019} =$ _____。
3. M 为正整数， $1000^2 \equiv 1000 \pmod{M}$ 。这样的 M 有_____个。
4. 平面上有 5 个点，任意三点不共线。将其中任意两点连接构成一条线段，一共得到 $C_5^2 = 10$ 条线段。将这 10 条线段中的 5 条染成红色，剩下的 5 条染成蓝色。从这 5 个点中任意选取 3 个点，一共可以构成 $C_5^3 = 10$ 个三角形。这 10 个三角形中最多有_____个三角形的三条边同色。
5. 若整数 x, y, z 满足 $1 - \frac{5}{x} - \frac{4}{y} - \frac{9}{z} + \frac{20}{xy} + \frac{45}{zx} + \frac{36}{yz} - \frac{183}{xyz} = 0$ ，则 $x + y + z$ 的最大值为_____。
6. 若正整数 $n < 1000$ ， $4n^3 - 3n$ 是两个相邻奇数的乘积，则 n 的最大值为_____。
7. 若 x, y 都是大于 1 的实数，能找到实数 a, b, c 满足 $\begin{cases} 4^a = x \\ x^b = y^2 \\ y^c = 2 \end{cases}$ ，并且 $ac = b^2$ 。若 $x + y = 90$ ，
则 $xy =$ _____。
8. 若实数 a, b, c 满足 $\frac{a-b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{a-c}{b}$ ，且 $a+b+c \neq 0$ ，则 $\frac{a}{a+b+c} =$ _____。
9. $17^7 + 17^2 + 1$ 除以 307^2 所得余数为_____。

二、解答题（本大题共 3 小题，每题 20 分，共 60 分，请写出解题过程）

10. 若 $16m^2 - 16n^2 = p - 1$ ，其中 m, n 都是正整数， p 为素数，求： p 的最小值。

11. 若 $f(x)$ 是一个多项式，其所有项系数均为自然数，且满足 $f(f(1)) = 17$ ，求： $f(x)$ 。

（请继续完成反面内容）

12. 若正整数 a 、 b 、 c 、 d 满足 $\begin{cases} a+b+c+d=ab-cd \\ a>b \\ c>d \end{cases}$ ，求证： $a+c$ 为合数。