第 17 届中环杯八年级选拔赛试题

1. 计算并分母有理化：$\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}+\sqrt{3}+3}=$______.

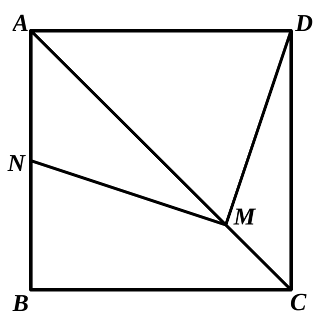
2. $1+2^2+3^3+4^4+5^5+6^6+7^7+8^8+9^9+10^{10}$ 除以 3 的余数为______.

3. 不等式 $\left(x^2-3x+4\right)\left(x^2-3x-4\right)<0$ 的解集为 ______.

4. 若 $f(x)=|x-1|+3|x-2|$ 的最小值加上 $g(x)=x^2-4x+a$ 的最小值等于 8，则 $a=$______.

5. 若 $\begin{cases}\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)\cdot(a+b+c)\cdot\dfrac{1}{ab+bc+ca}=4\\ a+b+c=3\end{cases}$，则 $abc=$________.

6. 如图，正方形 $ABCD$，在 AB、AC 上分别取点 N、M，使得 $\dfrac{CM}{AC}=\dfrac{k}{2}$、$\dfrac{AN}{AB}=k$，$\angle DMN=90^\circ$，则 $k=$______.

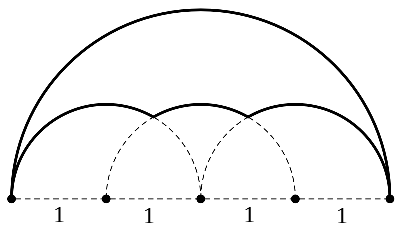


7. 在平面直角坐标系中，点 $A(a,b)$ 是点 $B(5,3)$ 和 $C(3,5)$ 的中点，若关于 x 的方程 $ax+4=(b+c)x+d$ 有无数个解，则 $a^2+b^2+c^2+d^2=$______.

8. n 为大于 1 的正整数，并且 $\sqrt{n}$、$\sqrt[3]{n}$、$\sqrt[4]{n}$、…、$\sqrt[10]{n}$ 都是正整数。满足要求的 n 最小为______.

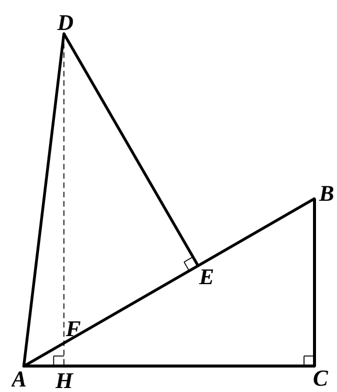
9. 方程 $\left(2^x-4\right)^3+\left(4^x-2\right)^3=\left(4^x+2^x-6\right)^3$ 的所有实数根之和为________.

10. 如图所示，由 4 个半圆组成的阴影部分面积为_____（结果保留 π）



11．若 x 为正数，则 $x^2+\frac{4}{x^2}+2x+\frac{4}{x}+2$ 的最小值为______.

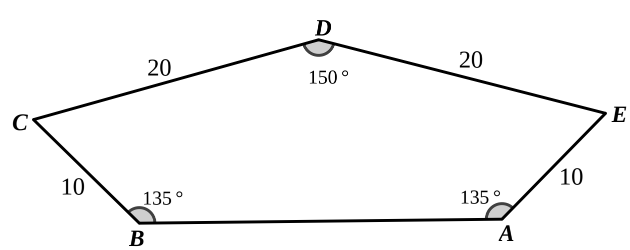
12. 如图，在 $Rt\Delta ABC$ 和 $Rt\Delta ADE$ 中，$BC=\frac{1}{2}$，$AC=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$AD=1$，$DE=0.8$。作 $DH\perp AC$，则 $DH=$________.



13. 如果对于任意实数 t，关于 x 的方程 $x^3+(a+t)x^2+(a-t)x-(2a+1)=0$ 都有三个实数根，满足条件的实数 a 的最大值为______.

14. 若 c,d 为正整数，c、c^2、12、cd、d^2、d^3 可以分成两组等比数列（每组三项），则 $c+d$ 的最小值为________。

15. 如图，在五边形 $ABCDE$ 中，$AE=BC=10$，$CD=DE=20$，$\angle A=\angle B=135°$，$\angle D=150°$。五边形 $ABCDE$ 的面积为______.



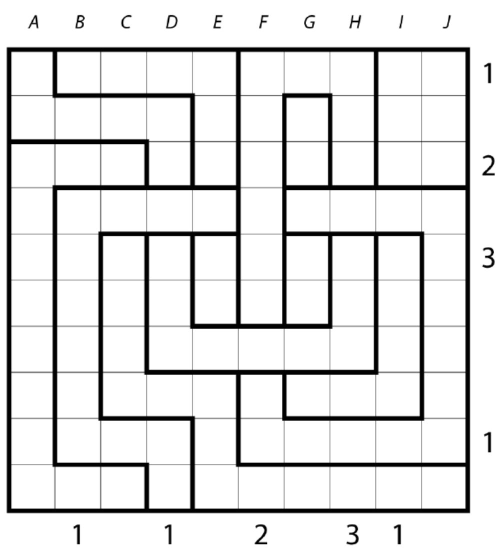
16. 不等式 $\left[|x+1|-|x|\right]\geq x^2$ 的解集为______（其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数）

17. 已知正整数a,b满足$\begin{cases} a<100, b<100 \\ a\sqrt{2a+b}=b\sqrt{b-a} \end{cases}$，满足要求的有序数对$(a,b)$有______对

18. 已知$a_1=a_2=a_3=1$，对于所有$n>3$，a_n都定义为：关于x的方程$x^4-2a_{n-1}x^2+a_{n-2}a_{n-3}=0$的不等实数根的个数，则$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{1000}=$________.

19. 在ΔABC中，$AB=\sqrt{41}$，$AC=2\sqrt{41}$，$\angle BAC$的平分线交BC于点D。若AD、DC的长度都是正整数，则$AD+DC=$________.

20. 如图，将五角星填入下图中的小方格内，要求每块粗线围起来的区域内能且只能填入一个五角星，周边的数字表示这行、这列中五角星的个数，任意两个五角星所在小方格都不能相邻（两个小方格只要有公共点，就称为相邻小方格）。从上到下将每行最左边五角星所在列的字母按顺序填在横线上（如果这行没有五角星，就用字母X代替）：________________.



下面给出一个例子，最后对应的答案为：*FDACAEBD*