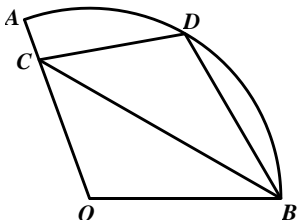


第 17 届中环杯七年级选拔赛试题

1. 计算： $\frac{2016^3 - 3 \times 2016^2 \times 2015 + 3 \times 2016 \times 2015^2 + 7}{2017} - 2014^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 分解因式： $a^3 + b^3 + 3ab - a - b = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 若关于 x 的方程 $ax + 3 = 4x + b$ 有无数个解，则 $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 已知 $\frac{(2x+5)^6}{(x+4)^5} = \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6}{b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + b_4x^4 + b_5x^5}$ ($x \neq -4$)，则 $\frac{a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6}{b_0 - b_1 + b_2 - b_3 + b_4 - b_5} = \underline{\hspace{2cm}}$.
5. 费尔马猜想形如 $F(n) = 2^{2^n} + 1$ 的数为质数。到目前为止，我们只知道 $F(0)$ 、 $F(1)$ 、 $F(2)$ 、 $F(3)$ 、 $F(4)$ 这五个数为质数。那么 $2^{32} + 2^{17} + 1$ 有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个不同的质因数
6. 五个正整数 a 、 b 、 c 、 d 、 e 满足 $\begin{cases} a < b < c < d < e \\ a + b + c + d + e = 20 \end{cases}$ ，这样的有序数组 (a, b, c, d, e) 有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 组。
7. 满足 $(100 - x)^2 + (100 - y)^2 = (x + y)^2$ 的有序整数对 (x, y) 有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 对
8. 如图所示，如果所有行、列、对角线的乘积都是同一个常数，则 $r + s = \underline{\hspace{2cm}}$.

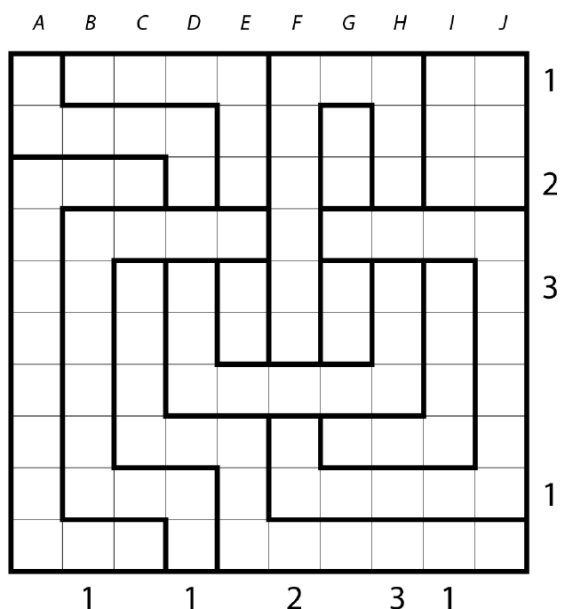
p	q	r
s	1	t
u	4	$\frac{1}{8}$

9. 如图，在扇形 OAB 中， $\angle AOB = 110^\circ$ ，半径 $OA = 18$ 。将扇形 OAB 沿着过点 B 的直线折叠，点 O 恰好落在 AB 上的点 D 处，折痕交 OA 于点 C 。则 AD 的长等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ (答案保留 π)



10. 若 $\begin{cases} a+b+c=7 \\ (a+b)(b+c)(c+a)+abc=112 \end{cases}$, 则 $a^2+b^2+c^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.
11. 如果 x 只能取整数, 那么 $2|x^2-2x+1|-7|1-x|+10$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
12. 三座城市 A, B, C , 每两座城市之间至少有一条道路相连。从 A 走到 B 有 11 种走法 (同一座城市不会经过两次), 从 A 走到 C 有 14 种走法 (同一座城市不会经过两次), 则 B, C 之间有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 条路相连
13. 若 $a + \frac{3}{a} = 5$, 则 $\frac{(a+2)^2-1}{a^3(5a-22)} = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. 若正七边形 $ABCDEFGH$ 的周长比正方形 $LMNO$ 的周长大 2015, 令 $x = AB - LM$, 则 x 的最大整数值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
15. 若实数 x, y 满足 $\frac{5x+3}{9} = \frac{3y-8}{5} = \frac{5x+9y-21}{8x}$, 则有序数对 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$.
16. 若 p, q, r 都是质数, 且满足 $p^3r + p^2 + p = 2qr + q^2 + q$, 则 $pqr = \underline{\hspace{2cm}}$.
17. 定义 $f(x) = (4a-3d)x^5 + (4b-3e)x^4 + (4c-3f)x^3 + (4d-3a)x^2 + (4e-3b)x + (4f-3c)$, 其中 a, b, c, d, e, f 都是小于 10 的正整数, 且满足 $f(10) = 0$, 则 $a+b+c+d+e+f = \underline{\hspace{2cm}}$.
18. 如果实数 x, y, z 满足 $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{z+x} = \frac{1}{2(x+y+z)}$, 则 $\frac{64(x+y+z)^6 - (x+y)^6 - (y+z)^6 - (z+x)^6}{\left[(x+y)^3(y+z)^3 \right] + \left[(y+z)^3(z+x)^3 \right] + \left[(z+x)^3(x+y)^3 \right]} = \underline{\hspace{2cm}}$.
19. 若大于 1 的正整数 N 满足下列条件, 可称 N 为“中环数”:
- (1) 存在正整数 a , 使得 $N = a(2a-1)$;
 - (2) 对于所有正整数 k ($1 \leq k \leq 10$), $k | 1+2+\dots+(N-1)$ 均成立。
- 所有“中环数”中, 最小的是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
20. 如图, 将五角星填入下图中的小方格内, 要求每块粗线围起来的区域内能且只能填入一个五角星, 周边的数字表示这行、这列中五角星的个数, 任意两个五角星所在小方格都不能相邻 (两个小方格只要有公共点, 就称为相邻小方格)。从上到下将每行最

左边五角星所在列的字母按顺序填在横线上（如果这行没有五角星，就用字母 X 代替）：_____。



下面给出一个例子，最后对应的答案为：FDACAEBD

